**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI**

**w technikum**

Stopień **celujący** otrzymuje uczeń, który:

a) opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności przewidziany programem nauczania matematyki w danej klasie

b)biegle posługuje się wiadomościami w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych, proponuje nietypowe rozwiązania zadań

Stopień **bardzo dobry** otrzymuje uczeń, który:

a) opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności przewidziany programem nauczania matematyki w danej klasie

b) sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami, rozwiązuje samodzielnie zadania teoretyczne i praktyczne z zakresu programu nauczania

c) posiada umiejętność uogólnień i wyciągania wniosków oraz potrafi zastosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań i problemów w nowych sytuacjach

d) potrafi uzasadnić wykonywane operacje przez powoływanie się na poznane twierdzenia, posługuje się poprawnym językiem matematycznym.

Stopień **dobry** otrzymuje uczeń, który:

a) zna definicje, twierdzenia, własności z zakresu programu nauczania danej klasy b) poprawnie stosuje wiadomości do samodzielnego rozwiązywani typowych zadań teoretycznych i praktycznych

c) potrafi uzasadnić wykonywane operacje przez powoływanie się na poznane twierdzenia, posługuje się poprawnym językiem matematycznym.

Stopień **dostateczny** otrzymuje uczeń, który:

a) zna większość definicji, twierdzeń i własności z zakresu programu nauczania danej klasy b) rozwiązuje samodzielnie typowe zadania teoretyczne i praktyczne o średnim stopniu trudności c) podejmuje próby uzasadniania wykonywanych czynności przez powoływanie się na twierdzenia i własności w prostych rozumowaniach logicznych.

Stopień **dopuszczający** otrzymuje uczeń, który:

a) zna podstawowe definicje, twierdzenia i własności z zakresu programu nauczania danej klasy b) braki w opanowaniu niektórych pojęć nie przekreślają możliwości uzyskania przez ucznia podstawowej wiedzy i umiejętności w ciągu dalszej nauki

c) rozwiązuje typowe zadania teoretyczne i praktyczne o niewielkim stopniu trudności.

Stopień **niedostateczny** otrzymuje uczeń, który:

a) nie opanował wiadomości i umiejętności określonych programem nauczania danej klasy b) braki w opanowaniu pojęć przekreślają możliwość zdobycia przez ucznia podstawowej wiedzy i umiejętności w ciągu dalszej nauki

c) nie jest w stanie rozwiązać zadań o niewielkim stopniu trudności

d) nie wykazuje najmniejszych chęci współpracy w celu uzupełnienia braków i nabycia podstawowej wiedzy i umiejętności

e) popełnia rażące błędy w rachunkach.

**SZCZEGÓŁOWE WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI**

**1. LICZBY RZECZYWISTE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb |
| • rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze |
| • stosuje cechy podzielności liczb |
| • rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone |
| • znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb |
| • porównuje liczby wymierne |
| • podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych |
| • zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną |
| • przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach |
| • wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem |
| • wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych |
| • oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej |
| • wyłącza czynnik przed znak pierwiastka |
| • włącza czynnik pod znak pierwiastka |
| • wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia |
| • usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu *a*1 |
| • przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując wzory skróconego mnożenia |
| • wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych |
| • przedstawia liczbę w notacji wykładniczej |
| • oblicza procent danej liczby |
| • oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba |
| • wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent |
| • posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych |
| • odczytuje prawidłowo informacje przedstawione na diagramach |
| • wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi) |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp. |
| • wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a · k + r* |
| • konstruuje odcinki o długościach niewymiernych |
| • usuwa niewymierność z mianownika |
| • wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych |

|  |
| --- |
| • zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły |
| • porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora |
| • wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych |
| • wyprowadza i stosuje wzory skróconego mnożenia ( )3 |
| • oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej |
| • rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe |
| • ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb |
| • dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. **3** , **3** – 1 |
| • uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych) |
| • przeprowadza dowód nie wprost |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych |

**2. JĘZYK MATEMATYKI**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony |
| • opisuje symbolicznie dane zbiory |
| • wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów |
| • zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe |
| • wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych |
| • rozwiązuje proste nierówności liniowe |
| • zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej |
| • zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. *A* = {*x*∈*R*: *x* ≥ −4∧ *x* <1}= −4,1) |
| • oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej |
| • stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu *x* = *a*, *x* < *a* |
| • wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia |
| • stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu 2*x* −3 = 3, *x* + 4 ≤1 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą |
| • wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych |
| • rozwiązuje nierówności liniowe |
| • przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej |
| • wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej |
| • wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach |
| • stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami |
| • uzasadnia własności wartości bezwzględnej |

|  |
| --- |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej |

**3. FUNKCJA LINIOWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu |
| • podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego |
| • rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem |
| • oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie |
| • wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej |
| • interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej |
| • wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne) |
| • odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność |
| • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty |
| • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta |
| • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych |
| • sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej |
| • przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie |
| • sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe |
| • stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych |
| • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej |
| • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej |
| • rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny |
| • rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników |
| • określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej |
| • rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała |
| • rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności |
| • oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych |
| • uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej |
| • sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe |
| • znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki |
| • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi |
| • opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych |
| • rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze |
| • wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| • rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna |
| • rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej |

**4. FUNKCJE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami |
| • określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym) |
| • poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji |
| • odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji |
| • wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym |
| • wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia |
| • oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach) |
| • oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji |
| • oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji |
| • sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem |
| • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych |
| • rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem |
| • sporządza wykresy funkcji: *y* = *f* (*x* − *p*), *y* = *f* (*x*) + *q* , *y* = *f* (*x* − *p*) + *q*, � = −� � , *y* = *f(* −*x)*na podstawie danego wykresu funkcji *y* = *f* (*x*) |
| • sporządza wykresy funkcji: *y* = *f* (*x*), *y* = *f*( *x* ), mając dany wykres funkcji *y* = *f* (*x*) |
| • odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji |
| • na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne |
| • określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji |
| • wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów |
| • stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości |
| • przedstawia daną funkcję na różne sposoby |
| • określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń |
| • na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem |
| • na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* w zależności od wartości parametru *m* |
| • na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  *f* (*x*) > *m*, *f* (*x*) < *m*, *f* (*x*) ≥ *m*, *f* (*x*) ≤ *m* dla ustalonej wartości parametru *m* |
| • odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*) |
| • szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki |
| • szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, mając dany wykres funkcji *y* = *f* (*x*) |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • uzasadnia, że funkcja nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie |
| • wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość) |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji |

**5. FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • rysuje wykres funkcji *f* (*x*) = *ax* 2i podaje jej własności |
| • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej |
| • rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności |
| • ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu |
| • przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie |
| • oblicza współrzędne wierzchołka paraboli |
| • znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu |
| • rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia |
| • wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych |
| • określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika |
| • rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki |
| • sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać |
| • odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej |
| • rozwiązuje nierówności kwadratowe |
| • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale |
| • stosuje wzory Viète’a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie |
| • rysuje wykres funkcji *y* = |*f*(*x*)|, gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej *y* = *f*(*x*) |
| • rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania *f*(*x*) = *m* w zależności od parametru *m*, gdzie *y = f(x)* jest funkcją kwadratową |
| • rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej |
| • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej |
| • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych |
| • znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych |
| • stosuje wzory Viète’a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków |
| • rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej |
| • wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli |
| • wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego |
| • zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności |
| • wyprowadza wzory Viète’a |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej |

**6. PLANIMETRIA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne |
| • stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie |
| • sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt |
| • uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania |
| • wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań |
| • uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa |
| • zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych |
| • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań |
| • sprawdza, czy dane figury są podobne |
| • oblicza długości boków figur podobnych |
| • posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy |
| • stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych |
| • wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne |
| • rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa |
| • stosuje twierdzenie Pitagorasa |
| • wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego |
| • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta |
| • rozwiązuje trójkąty prostokątne |
| • stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta P=1/2ah oraz pole trójkąta równobocznego |
| • podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30º, 45º, 60º |
| • odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego |
| • znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej |
| • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta |
| • rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności |
| • wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów |
| • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie |
| • stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych |
| • wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów |
| • wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| • przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta |
| • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta |
| • stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta P=1/2absinα |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • przeprowadza dowód twierdzenia Talesa |
| • przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa |

|  |
| --- |
| • stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu |
| • rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa |
| • stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu |
| • stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii |

**7. GEOMETRIA ANALITYCZNA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych |
| • wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców |
| • oblicza odległość punktu od prostej |
| • wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie |
| • opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt |
| • określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach |
| • oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach |
| • określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach |
| • opisuje koło w układzie współrzędnych |
| • sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła) |
| • podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego |
| • sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot |
| • wykonuje działania na wektorach |
| • stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów |
| • stosuje działania na wektorach do podziału odcinka |
| • wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności |
| • wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej |
| • rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań |
| • stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków |
| • sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu |
| • wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg |
| • stosuje równanie okręgu w zadaniach |
| • stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej |
| • stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach |
| • opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny |
| • stosuje własności jednokładności w zadaniach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej |
| • wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń |
| • rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |

**1. WIELOMIANY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników |
| • zapisuje wielomian w sposób uporządkowany |
| • oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu |
| • wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień |
| • szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego |
| • określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia |
| • podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów |
| • oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów |
| • stosuje wzory na kwadrat i sześcian sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki |
| • stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów |
| • rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias |
| • dzieli wielomian przez dwumian *x* − *a* |
| • sprawdza poprawność wykonanego dzielenia |
| • zapisuje wielomian w postaci *w*(*x*) = *p*(*x*)*q*(*x*) + *r* |
| • sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian *x* − *a* bez wykonywania dzielenia |
| • określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu |
| • sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki |
| • wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej |
| • znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność |
| • rozwiązuje proste równania wielomianowe |
| • wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej |
| • szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową |
| • dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu |
| • rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu |
| • opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki |
| • stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów |
| • rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia |
| • stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów |
| • analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki |
| • sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian (*x* − *p*)(*x* − *q*) bez wykonywania dzielenia |
| • wyznacza iloraz danych wielomianów |
| • wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki |
| • porównuje wielomiany |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych |
| • rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe |
| • szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki |
| • stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka |
| • wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi |
| • rozwiązuje zadania z parametrem |

|  |
| --- |
| • opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego |
| • stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów |
| • stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów |

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i stosuje taką zależność do rozwiązywania prostych zadań |
| • wyznacza współczynnik proporcjonalności |
| • podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu |
| • szkicuje wykres funkcji *xa f* (*x*) = (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie *a* ≠ 0 i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) |
| • przesuwa wykres funkcji *xa f* (*x*) = , gdzie *a* ≠ 0 o wektor i podaje jej własności |
| • podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji |
| • dobiera wzór funkcji do jej wykresu |
| • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach |
| • wyznacza asymptoty wykresu funkcji homograficznej |
| • wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego |
| • oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej |
| • skraca i rozszerza wyrażenia wymierne |
| • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia |
| • rozwiązuje proste równania wymierne |
| • rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne |
| • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych |
| • wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej |
| • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną |
| • wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem |
| • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej |
| • szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności |
| • wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej |
| • szkicuje wykresy funkcji *y* = *f* (*x*) , *y* = *f* ( *x* ), *y* = *f* ( *x* ) , gdzie *y* = *f* (*x*)jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności |

|  |
| --- |
| • wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia |
| • przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych |
| • rozwiązuje równania i nierówności wymierne |
| • rozwiązuje układy nierówności wymiernych |
| • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej |
| • stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych |
| • zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań |
| • stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności |

**3. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • zaznacza kąt w układzie współrzędnych, wskazuje jego ramię początkowe i końcowe |
| • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu |
| • określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta |
| • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225° |
| • określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych |
| • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań |
| • zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie |
| • odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu |
| • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności |
| • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności |
| • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności |
| • szkicuje wykresy funkcji *y* = *af* (*x*)oraz *y* = *f* (*x*) , gdzie *y* = *f* (*x*)jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności |
| • stosuje tożsamości trygonometryczne |
| • dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia |
| • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus |
| • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów |
| • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego |
| • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych |
| • rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne |
| • posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: – 90°, 315°, 1080° |
| • stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań |
| • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów |
| • wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych |
| • szkicuje wykres funkcji okresowej |
| • stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości |
| • wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta |

|  |
| --- |
| • szkicuje wykresy funkcji *y* = *f* (*ax*) oraz *y* = *f*( *x* ), gdzie *y* = *f* (*x*)jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności |
| • na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności |
| • oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens |
| • stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych |
| • stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych |

**4. CIĄGI**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów |
| • szkicuje wykres ciągu |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów |
| • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym oraz ciągu określonego rekurencyjnie |
| • wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość |
| • podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki |
| • uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy |
| • bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu |
| • bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów |
| • wyznacza wyraz *n*+1 *a* ciągu określonego wzorem ogólnym |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu będącego wynikiem wykonania działań na danych ciągach w prostych przypadkach |
| • podaje przykłady ciągów arytmetycznych |
| • wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| • stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego |
| • sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki) |
| • oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| • podaje przykłady ciągów geometrycznych |
| • wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki) |
| • oblicza sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| • oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji |
| • oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki) |
| • bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę |
| • bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki) |
| • podaje granicę ciągów *q n* |
| • rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy |

|  |
| --- |
| • oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki) |
| • podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów |
| • sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |
| • oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki |
| • bada monotoniczność ciągów |
| • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu |
| • bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów |
| • sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny |
| • sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny |
| • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego |
| • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny |
| • stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |
| • określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego |
| • rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania |
| • stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach |
| • stosuje wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach |
| • bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości |
| • oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych |
| • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu |
| • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach |

**5. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie |
| • oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki) |
| • oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki) |
| • oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki) |
| • oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki) |
| • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki) |
| • sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie |
| • oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki) |
| • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX* (proste przypadki) |
| • korzysta ze wzorów (*c*)' = 0, (*x*)' = 1, (*x*2)' = 2*x* oraz (*x*3)' = 3*x*2 do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie |
| • stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki) |

|  |
| --- |
| • korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji |
| • podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu |
| • wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum |
| • uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki) |
| • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań |
| • zna i stosuje schemat badania własności funkcji |
| • szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki) |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • uzasadnia, także na odstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie |
| • uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie |
| • oblicza granicę funkcji *y* = *f* (*x*) w punkcie |
| • oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie |
| • oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe |
| • stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie |
| • oblicza w granice funkcji w nieskończoności |
| • wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji |
| • sprawdza ciągłość funkcji |
| • wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze |
| • stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa |
| • oblicza pochodną funkcji w punkcie |
| • stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią *OX* |
| • uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie |
| • korzysta ze wzorów (*xn*)' = *nxn* – 1 |
| • wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji |
| • wyznacza przedziały monotoniczności funkcji |
| • uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze |
| • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna |
| • wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum |
| • uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum |
| • wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych |
| • bada własności funkcji i szkicuje jej wykres |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji |
| • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego |

**6. PLANIMETRIA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła |
| • rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte |
| • stosuje, w prostych przypadkach, twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu |
| • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny |

|  |
| --- |
| • rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie prostokątnym lub równoramiennym |
| • określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań |
| • sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg |
| • sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg |
| • stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym |
| • stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie |
| • stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności |
| • rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie |
| • stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej |
| • stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je |
| • stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii |
| • stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu |
| • dowodzi wzory na pole trójkąta |
| • dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt |
| • przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów |
| • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów |

**1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • wypisuje wyniki danego doświadczenia |
| • stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia |
| • przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia |
| • wypisuje permutacje danego zbioru |
| • stosuje definicję silni |
| • oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru |
| • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń |
| • oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami |
| • oblicza wartość symbolu Newtona |
| • oblicza w prostych sytuacjach liczbę kombinacji |
| • stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |
| • określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia |
| • określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu |
| • określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się |
| • stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych |
| • podaje rozkład prawdopodobieństwa |

|  |
| --- |
| • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego |
| • stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń |
| • określa iloczyn zdarzeń |
| • oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe |
| • oblicza w prostych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite |
| • ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |
| • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru |
| • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń |
| • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami |
| • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę kombinacji |
| • rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje symbol Newtona |
| • zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń |
| • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych |
| • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń |
| • stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |
| • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo warunkowe |
| • oblicza w bardziej złożonych sytuacjach prawdopodobieństwo całkowite |
| • ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczania współczynników wielomianów |
| • uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa |
| • rozwiązuje zadania dotyczące niezależności zdarzeń |
| • stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |

**2. STATYSTYKA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie |
| • oblicza wariancję i odchylenie standardowe |
| • oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby |
| • wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań |
| • oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |

**3. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych |
| • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym |
| • zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie |
| • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach |
| • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg |
| • szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności |
| • oblicza logarytm danej liczby |
| • podaje założenia i zapisuje wyrażenia zawierające logarytmy w prostszej postaci |
| • stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń |
| • wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej |
| • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności |
| • wyznacza wzór funkcji wykładniczej lub logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres |
| • szkicuje wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor |
| • szkicuje wykres funkcji *y* = –*f*(*x*), *y* = *f*(–*x*), *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), mając dany wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*) |
| • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami |
| • stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach |
| • podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic |
| • stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń |
| • szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń |
| • rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej |
| • rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej |
| • rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej |
| • wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym |
| • rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • dowodzi twierdzenia o logarytmach |
| • wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| • zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów płaszczyzny (*x*, *y*) spełniających podany warunek |

**4. STEREOMETRIA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne |
| • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę |
| • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu |
| • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) |
| • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego |
| • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu |
| • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego |

|  |
| --- |
| • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego |
| • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy |
| • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy |
| • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu |
| • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną |
| • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu |
| • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| • wskazuje przekroje wielościanu i bryły obrotowej |
| • oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej |
| • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni |
| • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów |
| • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu |
| • oblicza pola przekrojów wielościanu |
| • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem |
| • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli |
| • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu |
| • oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku |
| • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych |

**5. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb |
| • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności |
| • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| • przeprowadza dowód nie wprost |

.